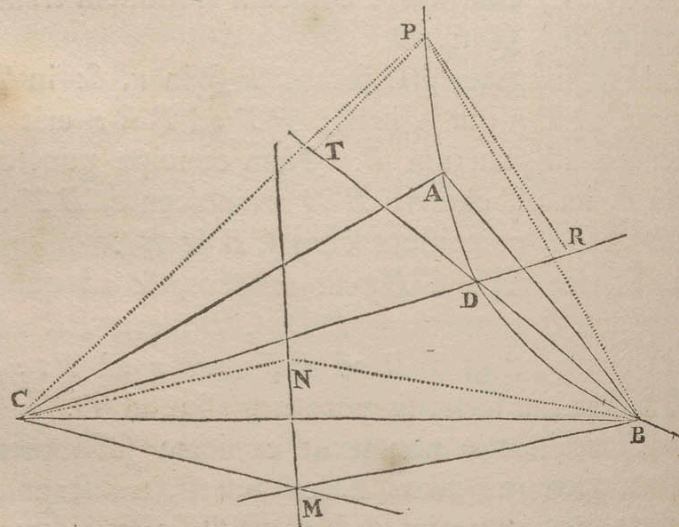


80 PHILOSOPHIÆ NATURALIS
DE MOTU
CORPORUM *PT* ut *Pq* ad *PT*; unde *PR* & *Pq* sibi invicem æquantur, contra
hypothesin.

LEMMA XXI.

Si rectæ duæ mobiles & infinitæ BM, CM per data puncta B, C seu polos ductæ, concursu suo M describant tertiam positione datam rectam MN; & aliæ duæ infinitæ rectæ BD, CD cum prioribus duabus ad puncta illa data B, C datos angulos MBD, MCD efficientes ducantur: dico quod hæ duæ BD, CD concursu suo D describent sectionem conicam per puncta B, C transeuntem. Et vice versa, si rectæ BD, CD concursu suo D describant sectionem conicam per data puncta B, C, A transeuntem, & sit angulus DBM semper æqualis angulo dato ABC, angulusque DCM semper æqualis angulo dato ACB: punctum M continget rectam positione datam.

Nam in recta *MN* detur punctum *N*, & ubi punctum mobile *M* incidit in immotum *N*, incidat punctum mobile *D* in immotum *P*.

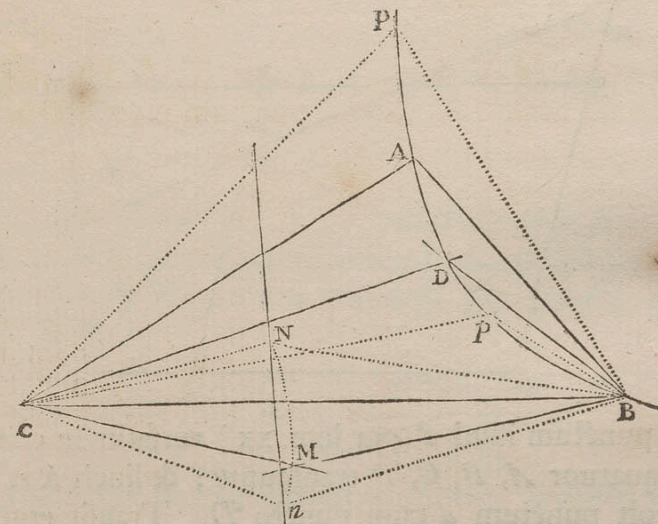


Junge *CN*, *BN*, *CP*, *BP*, & a puncto *P* age rectas *PT*, *PR* occurrentes ipsis *BD*, *CD* in *T* & *R*, & facientes angulum *BPT* æqualem

PRINCIPIA MATHEMATICA. 81

LIBER PRIMUS.
æqualem angulo dato *BNM*, & angulum *CPR* æqualem angulo dato *CNM*. Cum ergo (ex hypothesi) æquales sint anguli *MBD*, *NBP*, ut & anguli *MCD*, *NCP*; aufer communes *NBD* & *NCD*, & restabunt æquales *NBM* & *PBT*, *NCM* & *PCR*: ideoque triangula *NBM*, *PBT* similia sunt, ut & triangula *NCM*, *PCR*. Quare *PT* est ad *NM* ut *PB* ad *NB*, & *PR* ad *NM* ut *PC* ad *NC*. Sunt autem puncta *B*, *C*, *N*, *P* immobilia. Ergo *PT* & *PR* datam habent rationem ad *NM*, proindeque datam rationem inter se; atque ideo (per lem. xx.) punctum *D*, perpetuus rectarum mobilium *BT* & *CR* concursus, contingit sectionem conicam, per puncta *B*, *C*, *P* transeuntem. Q. E. D.

Et contra, si punctum mobile *D* contingat sectionem conicam transeuntem per data puncta *B*, *C*, *A*, & sit angulus *DBM* semper æqualis angulo dato *ABC*, & angulus *DCM* semper æqualis angulo dato *ACB*, & ubi punctum *D* incidit successive in duo quavis sectionis puncta immobilia *p*, *P*, punctum mobile *M* incidat successive in puncta duo immobilia *n*, *N*: per eadem *n*, *N* agatur



recta *nN*, & hæc erit locus perpetuus puncti illius mobilis *M*. Nam, si fieri potest, versetur punctum *M* in linea aliqua curva. Tanget ergo punctum *D* sectionem conicam per puncta quinque *B*, *C*, *A*, *p*, *P* transeuntem, ubi punctum *M* perpetuo tangit lineam curvam. Sed & ex jam demonstratis tanget etiam punctum *D* sectionem conicam per eadem quinque puncta *B*, *C*, *A*, *p*, *P*, transeuntem, ubi punctum